

**ЛШ олимпиада по точным наукам учащихся Эстонии**  
**МАТЕМАТИКА, ШКОЛЬНЫЙ ТУР**  
 Таллинн, 2 декабря 2005 года  
 X класс

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи даёт 7 баллов.

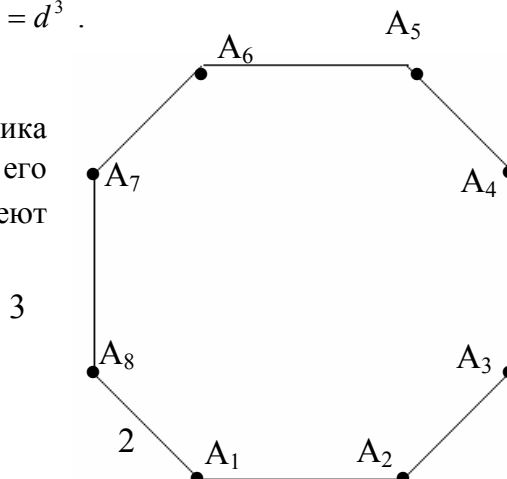
Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Упрости выражение: 
$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac}.$$

2. Если на странице книги каждую строку укоротить на 3 буквы и затем уменьшить количество строк на 2, то количество букв на странице уменьшится на 145. Если же каждую строку удлинить на 4 буквы и количество строк увеличить на 3, то количество букв на странице увеличится на 224. Сколько строк на странице и сколько в каждой строке букв?

3. Найди все такие четвёрки последовательных натуральных чисел  $a, b, c$  и  $d$ , для которых выполняется равенство  $a^3 + b^3 + c^3 = d^3$ .

4. Найди площадь восьмиугольника  $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ , если все его внутренние углы равны, а стороны имеют длины поочерёдно равные 3 и 2.



5. В таблице 4 строчки и 11 столбцов. Известно, что 33 квадрата таблицы закрашены синим цветом, а остальные закрашены жёлтым цветом. Докажи, что всегда найдётся два одинаково закрашенных столбца (т.е. в этих столбцах квадраты одних и тех же строк закрашены одним и тем же цветом).